

# **Formelsammlung**

## **Grundlagen der Wirtschaftsmathematik**

## Stichwortverzeichnis (mit Seitenzahlen)

Abschreibungen	14
Formelzeichen	2
Grenzerlös, Grenzumsatz	6
Grenzfunktionen, weitere	7
Grenzgewinn	7
Grenzproduktivität, Grenzertrag	6
Integral, unbestimmtes	8, 9
Kostenfunktionen	5
Logarithmentafel, natürlich	10, 11
Rendite	4
Verzinsung	3
Zinsrechnung	3
Zinseszins-Tabelle	12, 13

### Übliche Variablenamen zur Bezeichnung ökonomischer Größen

C	Konsum	i	Zinsrate (= $p / 100$ )
E	Erlös	k	Stückkosten
G	Gewinn	p	Preis, oder auch Zinssatz (%)
I	Investitionsausgaben	q	Zinsfaktor (= $1 + i$ )
K	Kosten/Kapital	r	Input
L	Liquiditätsnachfrage	t	Zeit
R	Rate, Zahlungsstrom	x	Output, Absatz (mengenmäßig)
S	Sparquote		
T	Laufzeit		
U	Umsatz (wertmäßig) oder auch: Nutzen		
Y	Einkommen		

## Zinsrechnungen einmaliger Einzahlungen

$K_0$  Startkapital       $t$  Zinsperioden ( $t \in \mathbb{N}$ )       $i$  Zinssatz       $i = p/100$   
 $K_t$  Endkapital       $p$  Zinsfuß       $q$  Zinsfaktor       $q = 1 + i = 1 + p/100$

nachschüssige Verzinsung = am Ende der Zinsperiode  $t$  wird das Startkapital  $K_0$  mit  $p$  % verzinst.

$$K_t = K_0 * \left(1 + \frac{p}{100}\right)^t = K_0 * q^t$$

Umformungen

$$K_0 = \frac{K_t}{q^t} = \frac{K_t}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)^t} \quad p = 100 * \left[ \sqrt[t]{\frac{K_t}{K_0}} - 1 \right] \quad t = \frac{\ln\left(\frac{K_t}{K_0}\right)}{\ln q}$$

unterjährig Verzinsung = eine Zinsperiode zerfällt in  $m$  Teilperioden (mind. 2) und es werden jeweils  $p/m$  % Zinsen gezahlt

$$K_t = K_0 * \left(1 + \frac{p}{m * 100}\right)^{t * m} \quad m, t \in \mathbb{N}$$

stetige Verzinsung = in der Zinsperiode fallen unbegrenzt viele Teilperioden der Verzinsung an

$$K_t = K_0 * e^{\left(\frac{p}{100} * t\right)}$$

Umformungen

$$t = \frac{100}{p} * \ln \frac{K_t}{K_0} \quad p = \frac{100}{t} * \ln \frac{K_t}{K_0} \quad K_0 = K_t * e^{\left(-\frac{p}{100} * t\right)}$$

Zinseszins = Verzinsung Anfangskapital und Verzinsung der in den Perioden anfallenden Zinsen

Endkapital       $K_t = K_0 * q^t$       Hinweis:       $q = 1 + \frac{p}{100}$

Anfangskapital       $K_0 = \frac{1}{q^t} * K_t$

## Rendite-Rechnungen

(Zahl für die relative Wertänderung eines Wertpapiers in %)

- $R_t$  diskrete Rendite eines Wertpapiers zum Zeitpunkt  $t$
- $R_t^*$  stetige Rendite eines Wertpapiers zum Zeitpunkt  $t$
- $P_t$  Preis eines Wertpapiers zum Zeitpunkt  $t$  (z.B. aktueller Tag)
- $P_{t-1}$  Preis eines Wertpapiers zum Zeitpunkt  $t-1$  (z.B. Vortag)
- $P_1$  Preis eines Wertpapiers am 1. Wochentag
- $P_6$  Preis eines Wertpapiers am 6. Wochentag (Samstag und Sonntag sind keine Börsentage)

tägliche diskrete Rendite  $R_t = 100 * \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$

wöchentliche diskrete Rendite  $R_t = 100 * \frac{P_6 - P_1}{P_1}$

Beachte: Die Summe der 5 täglichen diskreten Renditen stimmt nicht mit der wöchentlichen diskreten Rendite überein.

tägliche stetige Rendite  $R_t^* = 100 * \ln \frac{P_t}{P_{t-1}}$

Beachte: Die Summe der stetigen Renditen von 5 aufeinanderfolgenden Börsentagen ergibt stets die wöchentliche stetige Rendite.

wöchentliche stetige Rendite  $R_t^* = 100 * \ln \frac{P_6}{P_1}$

Beachte: Die diskrete Rendite ist etwas größer oder gleich der stetigen Rendite. ( $x - 1 \leq \ln x$ )

# Kostenfunktionen

(Darstellung der funktionalen Zusammenhänge zwischen Produktionsmengen und Kosten)

Man unterscheidet zwischen

linearen Kostenfunktionen                   => typisch linearer Funktionsverlauf  
neoklassischen Kostenfunktionen       => typisch exponentialer Funktionsverlauf  
ertragsgesetzlichen Kostenfunktionen   => typisch kubischer Funktionsverlauf "x<sup>3</sup>"

K	Gesamtkosten	k(x)	durchschnittliche Gesamtkosten
K <sub>v</sub>	variable Kosten	k <sub>v</sub> (x)	durchschnittliche variable Kosten
K <sub>f</sub>	fixe Kosten	k <sub>f</sub>	durchschnittliche fixe Kosten
K(0)	Kosten der Produktionsmenge 0		

Die fixen Kosten werden auch als Kosten der Produktionsbereitschaft bezeichnet.

$K(x) = K_f + K_v(x)$  Die Summe der fixen Kosten und der variablen Kosten nennt man Gesamtkosten.

Bei einem degressiven Kostenverlauf verringert sich die Kostenzunahme => konkav.  
Bei einem progressiven Kostenverlauf vergrößert sich die Kostenzunahme => konvex.  
Beim ertragsgesetzlichen Kostenverlauf ergibt sich beim Wechsel zwischen der degressiven Zunahme (konkav) und der progressiven Zunahme (konvex) ein Wendepunkt. Dieser Wendepunkt wird als **Schwelle des Ertragsgesetzes** bezeichnet.

$k(x) = \frac{K(x)}{x}$  Die **durchschnittlichen Gesamtkosten (Stückkosten)** ergeben sich aus dem Verhältnis der Gesamtkosten zur Produktionsmenge.

$k_v(x) = \frac{K_v(x)}{x}$  Die **durchschnittlichen variablen Kosten (stückvariable Kosten)** ergeben sich aus dem Verhältnis der variablen Kosten zur Produktionsmenge.

$k_f = \frac{K_f}{x}$  Die **durchschnittlichen fixen Kosten** ergeben sich aus dem Verhältnis der fixen Kosten zur Produktionsmenge.

$K'(x)$  Die **Grenzkostenfunktion** ergibt sich als 1. Ableitung der Kostenfunktion.  
 $K'(x) = K'_v(x)$  Die Grenzkostenfunktion entspricht der 1. Ableitung der variablen Kostenfunkt.

$k'(x)$  Die 1. Ableitung der durchschnittlichen Gesamtkostenfunktion wird als **Grenz-Stückkostenfunktion** bezeichnet.

## Prüfung auf das Vorliegen einer ertragsgesetzlichen Kostenfunktion

allgemeine Formel :  $K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$a > 0, b < 0, c > 0, d \geq 0, b^2 < 3 \cdot a \cdot c$

## Integration bei Kostenfunktionen

$$\int K'(x) dx = K(x) + c = K_v(x) + K_f$$

K' Grenzkosten  
K<sub>v</sub> variable Kosten  
K<sub>f</sub> fixe Kosten

## Grenzerlös (Grenzumsatz, Grenzausgaben)

Die erste Ableitung einer Erlösfunktion  $E(x)$  bzw.  $E(p)$  heißt Grenzerlösfunktion  $E'(x)$  bzw.  $E'(p)$ .

Erlösfunktion  $E = x * p$        $x =$  Menge (ME)  
 $p =$  Preis (GE/ME)

Preis-Absatz-Funktion  $p = p(x) = a - b * x$   
Erlösfunktion in Abhängigkeit der Menge  $x$   $E(x) = x * p(x) = a*x - b*x^2$   
Grenzerlös bezüglich der Menge  $E'(x) = a - 2b * x$   
 $E'(x)$  liefert die Erlösänderung, wenn sich die nachgefragte Menge um 1 ME erhöht.  
 $p = p(x)$  ist die Preis-Absatz-Funktion.

Umkehrfunktion der Preis-Absatz-Funktion  $x = x(p) = a - b*p$   
Erlösfunktion in Abhängigkeit des Preises  $p$   $E(p) = x(p) * p = a*p - b*p^2$   
Grenzerlös bezüglich des Preises  $E'(p) = a - 2b*p$   
 $E'(p)$  liefert die Erlösänderung, wenn der Marktpreis  $p$  um 1 GE/ME steigt.  
 $x = x(p)$  ist die Umkehrfunktion der Preis-Absatz-Funktion  $p = p(x)$ .

## Grenzproduktivität (Grenzertrag)

Die erste Ableitung einer Produktionsfunktion  $x(r)$  heißt Grenzproduktivität  $x'(r)$ .

Die Grenzproduktivität  $x'(r)$  gibt an, um wieviel Outputeinheiten die Produktion zu- oder abnimmt, wenn die Einsatzmenge  $r$  des variablen Produktionsfaktors um eine Einheit zunimmt oder abnimmt.

Produktionsfunktion  $x(r) = a * r^3 + b * r^2 + c * r$        $r =$  Input (ME<sub>r</sub>) ;  $r \geq 0$   
 $x =$  Output (ME<sub>x</sub>)

Grenzproduktivität  $x'(r) = 3a * r^2 + 2b * r + c$

## Grenzwinn

Die erste Ableitung einer Gewinnfunktion  $G(x)$  heißt Grenzwinn(-funktion)  $G'(x)$  bezüglich der abgesetzten Menge  $x$ . Der Wert  $G'(x)$  gibt an, um wieviele Geldeinheiten sich der Gewinn ändert, wenn die produzierte und abgesetzte Menge  $x$  um eine Mengeneinheit zunimmt.

Die Gewinnfunktion  $G$  ist als Differenz aus Erlösfunktion  $E$  und Kostenfunktion  $K$  definiert:

$$G(x) = E(x) - K(x) \quad \text{daher ergibt sich nach der Summenregel:}$$

$$G'(x) = E'(x) - K'(x) \quad \text{Der Grenzwinn ist die Differenz aus Grenzerlös } E' \text{ und Grenzkosten } K'.$$

## Weitere ökonomische Grenzfunktionen

1. Ableitung heißt

Stückgewinnfunktion

Grenzstückgewinn

$$g(x) = \frac{G(x)}{x} = \frac{E(x) - K(x)}{x} = p(x) - k(x)$$

Deckungsbeitragsfunktion

Grenzdeckungsbeitrag

$$G_D(x) = E(x) - K_v(x)$$

Stückdeckungsbeitragsfunktion

Grenzstückdeckungsbeitrag

$$g_D(x) = \frac{G_D(x)}{x} = p(x) - k_v(x)$$

## Das unbestimmte Integral

... ermittelt aus der Kenntnis der ersten Ableitung  $f'$  die zugehörige Original- oder Stammfunktion  $f$ , also die Umkehrung des aus der Differentialrechnung bekannten Ableitungsprozesses.

Die **Grundintegrale** ergeben sich aus der Ableitungstabelle auf Seite 3 durch "rückwärtslesen".

$$\int b \, dx = bx + C \qquad \int 0 \, dx = C$$

C = Konstante  
a, b, c, m, n = Zahlen  
x = Variable

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \qquad n \neq -1$$

$$\int a^x \, dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \qquad (a > 0; a \neq 1)$$

$$\int (ax+b)^n \, dx = \frac{1}{a} * \frac{(ax+b)^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int \frac{1}{x} \, dx = \ln x + C \quad \text{wenn } x > 0$$

$$= \ln(-x) + C \quad \text{wenn } x < 0$$

$$\int \frac{1}{x-a} \, dx = \ln|x-a| + C$$

$$\int \frac{1}{x^n} \, dx = -\frac{1}{(n-1)*x^{n-1}} + C \qquad n > 1; x \neq 0$$

$$\int \frac{1}{ax+b} \, dx = \frac{1}{a} * \ln(ax+b) + C \quad \text{wenn } ax+b > 0; a \neq 0$$

$$= \frac{1}{a} * \ln(-ax-b) + C \quad \text{wenn } ax+b < 0; a \neq 0$$

$$\int \sqrt{x} \, dx = \int x^{1/2} \, dx = \frac{2}{3} * \sqrt{x^3} + C$$

$$\int \sqrt[n]{x^m} \, dx = \frac{n}{m+n} * \sqrt[n]{x^{m+n}} + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}} \, dx = 2 * \sqrt{x} + C$$

$$\int e^x \, dx = e^x + C$$

$$\int e^{ax+b} \, dx = \frac{1}{a} * e^{ax+b} + C \quad a \neq 0$$

$$\int \ln x \, dx = x * \ln x - x + C$$

$$\int \frac{(\ln x)^n}{x} \, dx = \frac{(\ln x)^{n+1}}{n+1} + C$$

$$\int \frac{\sqrt{a^2 \pm x^2}}{x} \, dx = \sqrt{a^2 \pm x^2} - a * \ln \left| \frac{a + \sqrt{a^2 \pm x^2}}{x} \right| + C \quad x < a \text{ für Vorzeichen "-"}$$

$$\int \frac{x^{n-1}}{x^n+a} \, dx = \frac{1}{n} * \ln|x^n+a| + C$$

$$\int e^{-0,1t} \, dt = -10 * e^{-0,1t} + C$$

$$\int (2x)^4 \, dx = \frac{1}{2} * \frac{(2x)^5}{5} + C$$



## Rechenregeln

Integration einer mit einem konstanten Faktor multiplizierten Funktion f

$$\int C * f(x) dx = C * \int f(x) dx$$

Integration einer Summe zweier Funktionen

$$\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$\int [a*f(x) \pm b*g(x)] dx = a*\int f(x) dx \pm b*\int g(x) dx$$

Tafel der natürlichen Logarithmen (Basis  $e \approx 2,71828$ )  $\ln$

	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	<del>0,0000</del>	-2,3026	-1,6094	-1,2040	-0,9163	-0,6931	-0,5108	-0,3567	-0,2231	-0,1054
1	0,0000	0,0953	0,1823	0,2624	0,3365	0,4055	0,4700	0,5306	0,5878	0,6419
2	0,6931	0,7419	0,7885	0,8329	0,8755	0,9163	0,9555	0,9933	1,0296	1,0647
3	1,0986	1,1314	1,1632	1,1939	1,2238	1,2528	1,2809	1,3083	1,3350	1,3610
4	1,3863	1,4110	1,4351	1,4586	1,4816	1,5041	1,5261	1,5476	1,5686	1,5892
5	1,6094	1,6292	1,6487	1,6677	1,6864	1,7047	1,7228	1,7405	1,7579	1,7750
6	1,7918	1,8083	1,8245	1,8405	1,8563	1,8718	1,8871	1,9021	1,9169	1,9315
7	1,9459	1,9601	1,9741	1,9879	2,0015	2,0149	2,0281	2,0412	2,0541	2,0669
8	2,0794	2,0919	2,1041	2,1163	2,1282	2,1401	2,1518	2,1633	2,1748	2,1861
9	2,1972	2,2083	2,2192	2,2300	2,2407	2,2513	2,2618	2,2721	2,2824	2,2925
10	2,3026	2,3125	2,3224	2,3321	2,3418	2,3514	2,3609	2,3702	2,3795	2,3888
11	2,3979	2,4069	2,4159	2,4248	2,4336	2,4423	2,4510	2,4596	2,4681	2,4765
12	2,4849	2,4932	2,5014	2,5096	2,5177	2,5257	2,5337	2,5416	2,5494	2,5572
13	2,5649	2,5726	2,5802	2,5878	2,5953	2,6027	2,6101	2,6174	2,6247	2,6319
14	2,6391	2,6462	2,6532	2,6603	2,6672	2,6741	2,6810	2,6878	2,6946	2,7014
15	2,7081	2,7147	2,7213	2,7279	2,7344	2,7408	2,7473	2,7537	2,7600	2,7663
16	2,7726	2,7788	2,7850	2,7912	2,7973	2,8034	2,8094	2,8154	2,8214	2,8273
17	2,8332	2,8391	2,8449	2,8507	2,8565	2,8622	2,8679	2,8736	2,8792	2,8848
18	2,8904	2,8959	2,9014	2,9069	2,9124	2,9178	2,9232	2,9285	2,9339	2,9392
19	2,9444	2,9497	2,9549	2,9601	2,9653	2,9704	2,9755	2,9806	2,9857	2,9907
20	2,9957	3,0007	3,0057	3,0106	3,0155	3,0204	3,0253	3,0301	3,0350	3,0397
21	3,0445	3,0493	3,0540	3,0587	3,0634	3,0681	3,0727	3,0773	3,0819	3,0865
22	3,0910	3,0956	3,1001	3,1046	3,1091	3,1135	3,1179	3,1224	3,1268	3,1311
23	3,1355	3,1398	3,1442	3,1485	3,1527	3,1570	3,1612	3,1655	3,1697	3,1739
24	3,1781	3,1822	3,1864	3,1905	3,1946	3,1987	3,2027	3,2068	3,2108	3,2149
25	3,2189	3,2229	3,2268	3,2308	3,2347	3,2387	3,2426	3,2465	3,2504	3,2542
26	3,2581	3,2619	3,2658	3,2696	3,2734	3,2771	3,2809	3,2847	3,2884	3,2921
27	3,2958	3,2995	3,3032	3,3069	3,3105	3,3142	3,3178	3,3214	3,3250	3,3286
28	3,3322	3,3358	3,3393	3,3429	3,3464	3,3499	3,3534	3,3569	3,3604	3,3638
29	3,3673	3,3707	3,3742	3,3776	3,3810	3,3844	3,3878	3,3911	3,3945	3,3979
30	3,4012	3,4045	3,4078	3,4111	3,4144	3,4177	3,4210	3,4243	3,4275	3,4308
31	3,4340	3,4372	3,4404	3,4436	3,4468	3,4500	3,4532	3,4563	3,4595	3,4626
32	3,4657	3,4689	3,4720	3,4751	3,4782	3,4812	3,4843	3,4874	3,4904	3,4935
33	3,4965	3,4995	3,5025	3,5056	3,5086	3,5115	3,5145	3,5175	3,5205	3,5234
34	3,5264	3,5293	3,5322	3,5351	3,5381	3,5410	3,5439	3,5467	3,5496	3,5525
35	3,5553	3,5582	3,5610	3,5639	3,5667	3,5695	3,5723	3,5752	3,5779	3,5807
36	3,5835	3,5863	3,5891	3,5918	3,5946	3,5973	3,6000	3,6028	3,6055	3,6082
37	3,6109	3,6136	3,6163	3,6190	3,6217	3,6243	3,6270	3,6297	3,6323	3,6350
38	3,6376	3,6402	3,6428	3,6454	3,6481	3,6507	3,6533	3,6558	3,6584	3,6610
39	3,6636	3,6661	3,6687	3,6712	3,6738	3,6763	3,6788	3,6814	3,6839	3,6864
40	3,6889	3,6914	3,6939	3,6964	3,6988	3,7013	3,7038	3,7062	3,7087	3,7111
41	3,7136	3,7160	3,7184	3,7209	3,7233	3,7257	3,7281	3,7305	3,7329	3,7353
42	3,7377	3,7400	3,7424	3,7448	3,7471	3,7495	3,7519	3,7542	3,7565	3,7589
43	3,7612	3,7635	3,7658	3,7682	3,7705	3,7728	3,7751	3,7773	3,7796	3,7819
44	3,7842	3,7865	3,7887	3,7910	3,7932	3,7955	3,7977	3,8000	3,8022	3,8044
45	3,8067	3,8089	3,8111	3,8133	3,8155	3,8177	3,8199	3,8221	3,8243	3,8265
46	3,8286	3,8308	3,8330	3,8351	3,8373	3,8395	3,8416	3,8437	3,8459	3,8480
47	3,8501	3,8523	3,8544	3,8565	3,8586	3,8607	3,8628	3,8649	3,8670	3,8691
48	3,8712	3,8733	3,8754	3,8774	3,8795	3,8816	3,8836	3,8857	3,8877	3,8898
49	3,8918	3,8939	3,8959	3,8979	3,9000	3,9020	3,9040	3,9060	3,9080	3,9100
50	3,9120	3,9140	3,9160	3,9180	3,9200	3,9220	3,9240	3,9259	3,9279	3,9299

Tafel der natürlichen Logarithmen (Basis  $e \approx 2,71828$ )  $\ln$

	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
51	3,9318	3,9338	3,9357	3,9377	3,9396	3,9416	3,9435	3,9455	3,9474	3,9493
52	3,9512	3,9532	3,9551	3,9570	3,9589	3,9608	3,9627	3,9646	3,9665	3,9684
53	3,9703	3,9722	3,9741	3,9759	3,9778	3,9797	3,9815	3,9834	3,9853	3,9871
54	3,9890	3,9908	3,9927	3,9945	3,9964	3,9982	4,0000	4,0019	4,0037	4,0055
55	4,0073	4,0091	4,0110	4,0128	4,0146	4,0164	4,0182	4,0200	4,0218	4,0236
56	4,0254	4,0271	4,0289	4,0307	4,0325	4,0342	4,0360	4,0378	4,0395	4,0413
57	4,0431	4,0448	4,0466	4,0483	4,0500	4,0518	4,0535	4,0553	4,0570	4,0587
58	4,0604	4,0622	4,0639	4,0656	4,0673	4,0690	4,0707	4,0724	4,0741	4,0758
59	4,0775	4,0792	4,0809	4,0826	4,0843	4,0860	4,0877	4,0893	4,0910	4,0927
60	4,0943	4,0960	4,0977	4,0993	4,1010	4,1026	4,1043	4,1059	4,1076	4,1092
61	4,1109	4,1125	4,1141	4,1158	4,1174	4,1190	4,1207	4,1223	4,1239	4,1255
62	4,1271	4,1287	4,1304	4,1320	4,1336	4,1352	4,1368	4,1384	4,1400	4,1415
63	4,1431	4,1447	4,1463	4,1479	4,1495	4,1510	4,1526	4,1542	4,1558	4,1573
64	4,1589	4,1604	4,1620	4,1636	4,1651	4,1667	4,1682	4,1698	4,1713	4,1728
65	4,1744	4,1759	4,1775	4,1790	4,1805	4,1821	4,1836	4,1851	4,1866	4,1881
66	4,1897	4,1912	4,1927	4,1942	4,1957	4,1972	4,1987	4,2002	4,2017	4,2032
67	4,2047	4,2062	4,2077	4,2092	4,2106	4,2121	4,2136	4,2151	4,2166	4,2180
68	4,2195	4,2210	4,2224	4,2239	4,2254	4,2268	4,2283	4,2297	4,2312	4,2327
69	4,2341	4,2356	4,2370	4,2384	4,2399	4,2413	4,2428	4,2442	4,2456	4,2471
70	4,2485	4,2499	4,2513	4,2528	4,2542	4,2556	4,2570	4,2584	4,2599	4,2613
71	4,2627	4,2641	4,2655	4,2669	4,2683	4,2697	4,2711	4,2725	4,2739	4,2753
72	4,2767	4,2781	4,2794	4,2808	4,2822	4,2836	4,2850	4,2863	4,2877	4,2891
73	4,2905	4,2918	4,2932	4,2946	4,2959	4,2973	4,2986	4,3000	4,3014	4,3027
74	4,3041	4,3054	4,3068	4,3081	4,3095	4,3108	4,3121	4,3135	4,3148	4,3162
75	4,3175	4,3188	4,3202	4,3215	4,3228	4,3241	4,3255	4,3268	4,3281	4,3294
76	4,3307	4,3320	4,3334	4,3347	4,3360	4,3373	4,3386	4,3399	4,3412	4,3425
77	4,3438	4,3451	4,3464	4,3477	4,3490	4,3503	4,3516	4,3529	4,3541	4,3554
78	4,3567	4,3580	4,3593	4,3605	4,3618	4,3631	4,3644	4,3656	4,3669	4,3682
79	4,3694	4,3707	4,3720	4,3732	4,3745	4,3758	4,3770	4,3783	4,3795	4,3808
80	4,3820	4,3833	4,3845	4,3858	4,3870	4,3883	4,3895	4,3907	4,3920	4,3932
81	4,3944	4,3957	4,3969	4,3981	4,3994	4,4006	4,4018	4,4031	4,4043	4,4055
82	4,4067	4,4079	4,4092	4,4104	4,4116	4,4128	4,4140	4,4152	4,4164	4,4176
83	4,4188	4,4200	4,4212	4,4224	4,4236	4,4248	4,4260	4,4272	4,4284	4,4296
84	4,4308	4,4320	4,4332	4,4344	4,4356	4,4368	4,4379	4,4391	4,4403	4,4415
85	4,4427	4,4438	4,4450	4,4462	4,4473	4,4485	4,4497	4,4509	4,4520	4,4532
86	4,4543	4,4555	4,4567	4,4578	4,4590	4,4601	4,4613	4,4625	4,4636	4,4648
87	4,4659	4,4671	4,4682	4,4694	4,4705	4,4716	4,4728	4,4739	4,4751	4,4762
88	4,4773	4,4785	4,4796	4,4807	4,4819	4,4830	4,4841	4,4853	4,4864	4,4875
89	4,4886	4,4898	4,4909	4,4920	4,4931	4,4942	4,4954	4,4965	4,4976	4,4987
90	4,4998	4,5009	4,5020	4,5031	4,5042	4,5053	4,5065	4,5076	4,5087	4,5098
91	4,5109	4,5120	4,5131	4,5142	4,5152	4,5163	4,5174	4,5185	4,5196	4,5207
92	4,5218	4,5229	4,5240	4,5250	4,5261	4,5272	4,5283	4,5294	4,5304	4,5315
93	4,5326	4,5337	4,5347	4,5358	4,5369	4,5380	4,5390	4,5401	4,5412	4,5422
94	4,5433	4,5444	4,5454	4,5465	4,5475	4,5486	4,5497	4,5507	4,5518	4,5528
95	4,5539	4,5549	4,5560	4,5570	4,5581	4,5591	4,5602	4,5612	4,5623	4,5633
96	4,5643	4,5654	4,5664	4,5675	4,5685	4,5695	4,5706	4,5716	4,5726	4,5737
97	4,5747	4,5757	4,5768	4,5778	4,5788	4,5799	4,5809	4,5819	4,5829	4,5839
98	4,5850	4,5860	4,5870	4,5880	4,5890	4,5901	4,5911	4,5921	4,5931	4,5941
99	4,5951	4,5961	4,5971	4,5981	4,5992	4,6002	4,6012	4,6022	4,6032	4,6042
100	4,6052	4,6062	4,6072	4,6082	4,6092	4,6102	4,6112	4,6121	4,6131	4,6141

# Tafel der Zinseszins - Faktoren

(aufzinsen: Faktor entsprechend Zinssatz und Laufzeit suchen und mit Anfangskapital multiplizieren)

Zinssatz in %	Laufzeit in Jahren									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1,0	1,010000	1,020100	1,030301	1,040604	1,051010	1,061520	1,072135	1,082857	1,093685	1,104622
1,2	1,012000	1,024144	1,036434	1,048871	1,061457	1,074195	1,087085	1,100130	1,113332	1,126692
1,4	1,014000	1,028196	1,042591	1,057187	1,071988	1,086995	1,102213	1,117644	1,133291	1,149157
1,6	1,016000	1,032256	1,048772	1,065552	1,082601	1,099923	1,117522	1,135402	1,153568	1,172026
1,8	1,018000	1,036324	1,054978	1,073967	1,093299	1,112978	1,133012	1,153406	1,174167	1,195302
2,0	1,020000	1,040400	1,061208	1,082432	1,104081	1,126162	1,148686	1,171659	1,195093	1,218994
2,2	1,022000	1,044484	1,067463	1,090947	1,114948	1,139477	1,164545	1,190165	1,216349	1,243108
2,4	1,024000	1,048576	1,073742	1,099512	1,125900	1,152922	1,180592	1,208926	1,237940	1,267651
2,6	1,026000	1,052676	1,080046	1,108127	1,136938	1,166498	1,196827	1,227945	1,259871	1,292628
2,8	1,028000	1,056784	1,086374	1,116792	1,148063	1,180208	1,213254	1,247225	1,282148	1,318048
3,0	1,030000	1,060900	1,092727	1,125509	1,159274	1,194052	1,229874	1,266770	1,304773	1,343916
3,2	1,032000	1,065024	1,099105	1,134276	1,170573	1,208031	1,246688	1,286582	1,327753	1,370241
3,4	1,034000	1,069156	1,105507	1,143095	1,181960	1,222146	1,263699	1,306665	1,351092	1,397029
3,6	1,036000	1,073296	1,111935	1,151964	1,193435	1,236399	1,280909	1,327022	1,374795	1,424287
3,8	1,038000	1,077444	1,118387	1,160886	1,204999	1,250789	1,298319	1,347655	1,398866	1,452023
4,0	1,040000	1,081600	1,124864	1,169859	1,216653	1,265319	1,315932	1,368569	1,423312	1,480244
4,2	1,042000	1,085764	1,131366	1,178883	1,228397	1,279989	1,333749	1,389766	1,448136	1,508958
4,4	1,044000	1,089936	1,137893	1,187960	1,240231	1,294801	1,351772	1,411250	1,473345	1,538172
4,6	1,046000	1,094116	1,144445	1,197090	1,252156	1,309755	1,370004	1,433024	1,498943	1,567895
4,8	1,048000	1,098304	1,151023	1,206272	1,264173	1,324853	1,388446	1,455091	1,524936	1,598133
5,0	1,050000	1,102500	1,157625	1,215506	1,276282	1,340096	1,407100	1,477455	1,551328	1,628895
5,2	1,052000	1,106704	1,164253	1,224794	1,288483	1,355484	1,425969	1,500120	1,578126	1,660188
5,4	1,054000	1,110916	1,170905	1,234134	1,300778	1,371020	1,445055	1,523088	1,605334	1,692022
5,6	1,056000	1,115136	1,177584	1,243528	1,313166	1,386703	1,464359	1,546363	1,632959	1,724405
5,8	1,058000	1,119364	1,184287	1,252976	1,325648	1,402536	1,483883	1,569948	1,661005	1,757344
6,0	1,060000	1,123600	1,191016	1,262477	1,338226	1,418519	1,503630	1,593848	1,689479	1,790848
6,2	1,062000	1,127844	1,197770	1,272032	1,350898	1,434654	1,523602	1,618066	1,718386	1,824926
6,4	1,064000	1,132096	1,204550	1,281641	1,363666	1,450941	1,543801	1,642605	1,747731	1,859586
6,6	1,066000	1,136356	1,211355	1,291305	1,376531	1,467382	1,564229	1,667468	1,777521	1,894838
6,8	1,068000	1,140624	1,218186	1,301023	1,389493	1,483978	1,584889	1,692661	1,807762	1,930690
7,0	1,070000	1,144900	1,225043	1,310796	1,402552	1,500730	1,605781	1,718186	1,838459	1,967151
7,2	1,072000	1,149184	1,231925	1,320624	1,415709	1,517640	1,626910	1,744047	1,869619	2,004231
7,4	1,074000	1,153476	1,238833	1,330507	1,428964	1,534708	1,648276	1,770249	1,901247	2,041939
7,6	1,076000	1,157776	1,245767	1,340445	1,442319	1,551935	1,669882	1,796794	1,933350	2,080284
7,8	1,078000	1,162084	1,252727	1,350439	1,455773	1,569324	1,691731	1,823686	1,965934	2,119276
8,0	1,080000	1,166400	1,259712	1,360489	1,469328	1,586874	1,713824	1,850930	1,999005	2,158925
8,2	1,082000	1,170724	1,266723	1,370595	1,482983	1,604588	1,736164	1,878530	2,032569	2,199240
8,4	1,084000	1,175056	1,273761	1,380757	1,496740	1,622466	1,758754	1,906489	2,066634	2,240231
8,6	1,086000	1,179396	1,280824	1,390975	1,510599	1,640510	1,781594	1,934811	2,101205	2,281909
8,8	1,088000	1,183744	1,287913	1,401250	1,524560	1,658721	1,804689	1,963501	2,136289	2,324283
9,0	1,090000	1,188100	1,295029	1,411582	1,538624	1,677100	1,828039	1,992563	2,171893	2,367364
9,2	1,092000	1,192464	1,302171	1,421970	1,552792	1,695649	1,851648	2,022000	2,208024	2,411162
9,4	1,094000	1,196836	1,309339	1,432416	1,567064	1,714368	1,875518	2,051817	2,244688	2,455688
9,6	1,096000	1,201216	1,316533	1,442920	1,581440	1,733258	1,899651	2,082018	2,281891	2,500953
9,8	1,098000	1,205604	1,323753	1,453481	1,595922	1,752323	1,924050	2,112607	2,319643	2,546967
10,0	1,100000	1,210000	1,331000	1,464100	1,610510	1,771561	1,948717	2,143589	2,357948	2,593742
10,2	1,102000	1,214404	1,338273	1,474777	1,625204	1,790975	1,973655	2,174967	2,396814	2,641289
10,4	1,104000	1,218816	1,345573	1,485512	1,640006	1,810566	1,998865	2,206747	2,436249	2,689619
10,6	1,106000	1,223236	1,352899	1,496306	1,654915	1,830336	2,024351	2,238933	2,476259	2,738743
10,8	1,108000	1,227664	1,360252	1,507159	1,669932	1,850285	2,050115	2,271528	2,516853	2,788673
11,0	1,110000	1,232100	1,367631	1,518070	1,685058	1,870415	2,076160	2,304538	2,558037	2,839421
11,2	1,112000	1,236544	1,375037	1,529041	1,700294	1,890727	2,102488	2,337967	2,599819	2,890999
11,4	1,114000	1,240996	1,382470	1,540071	1,715639	1,911222	2,129101	2,371819	2,642206	2,943418
11,6	1,116000	1,245456	1,389929	1,551161	1,731095	1,931902	2,156003	2,406099	2,685207	2,996691
11,8	1,118000	1,249924	1,397415	1,562310	1,746663	1,952769	2,183195	2,440813	2,728828	3,050830
12,0	1,120000	1,254400	1,404928	1,573519	1,762342	1,973823	2,210681	2,475963	2,773079	3,105848

Tafel der Zinseszins - Faktoren

Zinssatz in %	Laufzeit in Jahren									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
12,2	1,122000	1,258884	1,412468	1,584789	1,778133	1,995065	2,238463	2,511556	2,817966	3,161758
12,4	1,124000	1,263376	1,420035	1,596119	1,794038	2,016498	2,266544	2,547596	2,863497	3,218571
12,6	1,126000	1,267876	1,427628	1,607510	1,810056	2,038123	2,294926	2,584087	2,909682	3,276302
12,8	1,128000	1,272384	1,435249	1,618961	1,826188	2,059940	2,323612	2,621035	2,956527	3,334963
13,0	1,130000	1,276900	1,442897	1,630474	1,842435	2,081952	2,352605	2,658444	3,004042	3,394567
13,2	1,132000	1,281424	1,450572	1,642047	1,858798	2,104159	2,381908	2,696320	3,052234	3,455129
13,4	1,134000	1,285956	1,458274	1,653683	1,875276	2,126563	2,411523	2,734667	3,101112	3,516661
13,6	1,136000	1,290496	1,466003	1,665380	1,891872	2,149166	2,441453	2,773490	3,150685	3,579178
13,8	1,138000	1,295044	1,473760	1,677139	1,908584	2,171969	2,471700	2,812795	3,200961	3,642693
14,0	1,140000	1,299600	1,481544	1,688960	1,925415	2,194973	2,502269	2,852586	3,251949	3,707221
14,2	1,142000	1,304164	1,489355	1,700844	1,942364	2,218179	2,533161	2,892869	3,303657	3,772776
14,4	1,144000	1,308736	1,497194	1,712790	1,959432	2,241590	2,564379	2,933649	3,356095	3,839372
14,6	1,146000	1,313316	1,505060	1,724799	1,976620	2,265206	2,595926	2,974931	3,409271	3,907025
14,8	1,148000	1,317904	1,512954	1,736871	1,993928	2,289029	2,627805	3,016721	3,463195	3,975748
15,0	1,150000	1,322500	1,520875	1,749006	2,011357	2,313061	2,660020	3,059023	3,517876	4,045558
15,2	1,152000	1,327104	1,528824	1,761205	2,028908	2,337302	2,692572	3,101843	3,573323	4,116468
15,4	1,154000	1,331716	1,536800	1,773468	2,046582	2,361755	2,725465	3,145187	3,629546	4,188496
15,6	1,156000	1,336336	1,544804	1,785794	2,064378	2,386421	2,758702	3,189060	3,686553	4,261656
15,8	1,158000	1,340964	1,552836	1,798184	2,082298	2,411301	2,792286	3,233467	3,744355	4,335963
16,0	1,160000	1,345600	1,560896	1,810639	2,100342	2,436396	2,826220	3,278415	3,802961	4,411435
16,2	1,162000	1,350244	1,568984	1,823159	2,118511	2,461709	2,860506	3,323908	3,862381	4,488087
16,4	1,164000	1,354896	1,577099	1,835743	2,136805	2,487241	2,895149	3,369953	3,922625	4,565936
16,6	1,166000	1,359556	1,585242	1,848393	2,155226	2,512993	2,930150	3,416555	3,983703	4,644998
16,8	1,168000	1,364224	1,593414	1,861107	2,173773	2,538967	2,965513	3,463720	4,045625	4,725290
17,0	1,170000	1,368900	1,601613	1,873887	2,192448	2,565164	3,001242	3,511453	4,108400	4,806828
17,2	1,172000	1,373584	1,609840	1,886733	2,211251	2,591586	3,037339	3,559761	4,172040	4,889631
17,4	1,174000	1,378276	1,618096	1,899645	2,230183	2,618235	3,073808	3,608650	4,236555	4,973716
17,6	1,176000	1,382976	1,626380	1,912623	2,249244	2,645111	3,110651	3,658125	4,301955	5,059099
17,8	1,178000	1,387684	1,634692	1,925667	2,268436	2,672217	3,147872	3,708193	4,368251	5,145800
18,0	1,180000	1,392400	1,643032	1,938778	2,287758	2,699554	3,185474	3,758859	4,435454	5,233836
18,2	1,182000	1,397124	1,651401	1,951955	2,307211	2,727124	3,223460	3,810130	4,503574	5,323224
18,4	1,184000	1,401856	1,659798	1,965200	2,326797	2,754928	3,261834	3,862012	4,572622	5,413985
18,6	1,186000	1,406596	1,668223	1,978512	2,346516	2,782967	3,300599	3,914511	4,642610	5,506135
18,8	1,188000	1,411344	1,676677	1,991892	2,366368	2,811245	3,339759	3,967633	4,713548	5,599695
19,0	1,190000	1,416100	1,685159	2,005339	2,386354	2,839761	3,379315	4,021385	4,785449	5,694684
19,2	1,192000	1,420864	1,693670	2,018855	2,406475	2,868518	3,419273	4,075774	4,858322	5,791120
19,4	1,194000	1,425636	1,702209	2,032438	2,426731	2,897517	3,459635	4,130804	4,932180	5,889023
19,6	1,196000	1,430416	1,710778	2,046090	2,447124	2,926760	3,500405	4,186484	5,007035	5,988414
19,8	1,198000	1,435204	1,719374	2,059811	2,467653	2,956248	3,541585	4,242819	5,082898	6,089311
20,0	1,200000	1,440000	1,728000	2,073600	2,488320	2,985984	3,583181	4,299817	5,159780	6,191736
20,2	1,202000	1,444804	1,736654	2,087459	2,509125	3,015969	3,625194	4,357483	5,237695	6,295709
20,4	1,204000	1,449616	1,745338	2,101387	2,530069	3,046204	3,667629	4,415825	5,316654	6,401251
20,6	1,206000	1,454436	1,754050	2,115384	2,551153	3,076691	3,710489	4,474850	5,396669	6,508383
20,8	1,208000	1,459264	1,762791	2,129451	2,572377	3,107432	3,753778	4,534563	5,477753	6,617125
21,0	1,210000	1,464100	1,771561	2,143589	2,593742	3,138428	3,797498	4,594973	5,559917	6,727500
21,2	1,212000	1,468944	1,780360	2,157796	2,615249	3,169682	3,841655	4,656086	5,643176	6,839529
21,4	1,214000	1,473796	1,789188	2,172075	2,636899	3,201195	3,886251	4,717908	5,727541	6,953234
21,6	1,216000	1,478656	1,798046	2,186424	2,658691	3,232968	3,931289	4,780448	5,813025	7,068638
21,8	1,218000	1,483524	1,806932	2,200843	2,680627	3,265004	3,976775	4,843712	5,899641	7,185763
22,0	1,220000	1,488400	1,815848	2,215335	2,702708	3,297304	4,022711	4,907707	5,987403	7,304631
22,2	1,222000	1,493284	1,824793	2,229897	2,724934	3,329870	4,069101	4,972441	6,076323	7,425267
22,4	1,224000	1,498176	1,833767	2,244531	2,747306	3,362703	4,115948	5,037921	6,166415	7,547692
22,6	1,226000	1,503076	1,842771	2,259237	2,769825	3,395806	4,163258	5,104154	6,257693	7,671931
22,8	1,228000	1,507984	1,851804	2,274016	2,792491	3,429179	4,211032	5,171148	6,350169	7,798008
23,0	1,230000	1,512900	1,860867	2,288866	2,815306	3,462826	4,259276	5,238909	6,443859	7,925946

## Abschreibungen

- A Anschaffungswert  
R Restwert (am Ende der Nutzungsdauer)  
t Nutzungsdauer in Jahren  
a Abschreibungsbetrag (im Jahr)

Lineare Abschreibung = über den Zeitraum der Nutzungsdauer werden gleichgroße Beträge jährlich abgeschrieben

jährlicher Abschreibungsbetrag  $a = \frac{A-R}{t}$

arithmetisch - degressive Abschreibung = über den Nutzungszeitraum werden von Jahr zu Jahr fallende Beträge abgeschrieben

jährlicher Abschreibungsbetrag  $a = \frac{2 * (a_1 * t - (A-R))}{t * (t-1)}$

$a_1$  = Abschreibungsbetrag der ersten Periode

Bedingung für  $a_1$ :  $\frac{A-R}{t} \leq a_1 \leq 2 * \frac{A-R}{t}$

Der erste Abschreibungsbetrag muss zwischen dem einfachen und doppelten linearen Abschreibungsbetrag liegen.