

Grundlagen der Mechanik

(Formeln und Gesetze)

Die Mechanik ist das Teilgebiet der Physik, in welchem physikalische Eigenschaften der Körper, Bewegungszustände der Körper und Kräfte beschrieben werden.

	Seite
Arbeit,mechanische	6
Bewegung	4
Druck in Flüssigk./Gase	9
Energie, mechanische	7
Flaschenzug	3
freier Fall	4
Gravitation	8
Hebel	3
Kräfte	2
Leistung, mechanische	7
Rolle	3
Rotation	5
Wurf	5

1. Kräfte in der Mechanik

Kraft	Formelzeichen	Formel
Gewichtskraft	F_G	$F_G = m \cdot g$
Druckkraft	F_P	$F_P = p \cdot A$
Auftriebskraft	F_A	$F_A = \rho \cdot V \cdot g$
Reibungskraft	F_R	$F_R = \mu \cdot F_N$
Gravitationskraft	F_S	$F_S = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$
Radialkraft		$F = m \cdot \frac{v^2}{r}$ $F = m \cdot \omega^2 \cdot r$ $F = m \cdot \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2}$
Federspannkraft	F_F	$F_F = D \cdot s$

F	Kraft (N)
m	Masse des Körpers (kg)
g	Fallbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
p	Druck (Pa)
A	Fläche (m^2)
ρ	Dichte ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)
V	Volumen (m^3)
μ	Reibungszahl
γ	Gravitationskonstante
r	Radius (m)
v	Geschwindigkeit ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
ω	Winkelgeschwindigkeit ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
T	Umlaufzeit (s)
D	Federkonstante
s	Weg (m)

2. Kraftumformende Einrichtungen (Rolle, Hebel, Flaschenzug)

2.1. Hebel

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$

F_1	(Gewichts-) Kraft (N)
F_2	(Gewichts-) Kraft (N)
l_1	Länge des Hebelarms (m)
l_2	Länge des Hebelarms (m)

2.2. geneigte Ebene

$$F_H = F_A - F_r = F_A - \mu \cdot F_N$$
$$F_H = m \cdot g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)$$

$$F_A = \frac{m \cdot g \cdot h}{l} = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$F_Z = m \cdot g \cdot (\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha)$$

F_H	Haltekraft (N)
F_A	Hangabtriebskraft (N)
F_r	Reibungskraft (N)
F_Z	Zugkraft (N)
m	Masse des Körpers (kg)
g	Fallbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
h	Höhe der geneigten Ebene (m)
l	Länge der geneigten Ebene (m)
α	Steigungswinkel (rad)
μ	Reibungszahl

2.3. Rolle, Flaschenzug

1 feste Rolle (Umlenkrolle) $F_Z = F_L$

1 lose Rolle (Seil einseitig fest) $F_Z = \frac{F_L}{2}$

F_Z	Zugkraft, aufgewandte Kraft (N)
F_L	Lastkraft, Gewichtskraft (N)
n	Anzahl der Rollen
l_Z	Weglänge Zugseil (m)
l_L	Weglänge Lastseil (m)

einfacher Flaschenzug
1 lose, 1 feste Rolle $F_Z = \frac{F_L}{2}$

Flaschenzug $F_Z = \frac{F_L}{n}$ $l_L = \frac{l_Z}{n}$

3. Gesetze der geradlinigen Bewegung (Translation), Rotation und Wurf

3.1. Gesetze der geradlinigen Bewegung (Translation)

Geschwindigkeit einer geradlinigen, gleichförmigen Bewegung

$$v = \frac{s}{t}$$

s Weg (m)
t Zeit (s)
v Geschwindigkeit ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

Bahngeschwindigkeit einer gleichförmigen Kreisbewegung

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

r Radius der Bahn (m)
T Umlaufzeit (s)
v Bahngeschwindigkeit ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

Beschleunigung einer geradlinigen, gleichmäßig beschleunigten Bewegung

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

a Beschleunigung ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)
 v_1, v_2 Geschwindigkeit ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
 t_1, t_2 Zeit (s)

Weg-Zeit-Gesetz der gleichmäßig beschleunigten Bewegung

$$s \sim t^2 \quad s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

s Weg (m)
t Zeit (s)
a Beschleunigung ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)

Gesetze des freien Falls

Weg-Zeit-Gesetz

Geschwindigk.-Zeit-Gesetz

Geschwindigk.-Weg-Gesetz

$$s = \frac{g}{2} \cdot t^2$$

$$v = g \cdot t$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot s}$$

s Weg (m)

t Zeit (s)

g Fallbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

v Geschwindigkeit ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

3.2. Gesetze der Rotation

gleichförmige Rotation ($\alpha = 0$)

$$\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0$$

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot n$$

φ Winkel
 α Winkelbeschleunigung
 ω Winkelgeschwindigkeit
 φ_0 Anfangswinkel bei $t = 0$
 T Umlaufzeit
 n Drehzahl
 ω_0 Anfangswinkelgeschwindigkeit bei $t = 0$

gleichmäßig beschleunigte Rotation

$$\varphi = \frac{\alpha}{2} \cdot t^2 + \omega_0 \cdot t + \varphi_0$$

$$\omega = \alpha \cdot t + \omega_0$$

3.3. Gesetze zum Wurf

senkrechter Wurf nach unten

$$h = \frac{t}{2} \cdot (v_a + v) = \frac{v^2 - v_a^2}{2 \cdot g} \quad t = \frac{2 \cdot h}{v_a + v}$$

senkrechter Wurf nach oben

Steighöhe	Höhe nach der Zeit t	Anfangsgeschwindgk.	Steigzeit
$H = \frac{v_a^2}{2 \cdot g}$	$h = v_a \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$	$v_a = v + g \cdot t = \frac{2 \cdot h}{t} - v$	$t = \frac{v_a}{g} = \frac{2 \cdot H}{v_a}$

waagerechter Wurf

Wurfweite nach der Zeit t	Höhe nach der Zeit t
$s = v_a \cdot t = v_a \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$	$h = \frac{g}{2} \cdot t^2$

schräger Wurf

(max) Steighöhe	(max) Weite
$H = \frac{v_a^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2 \cdot g}$	$w = \frac{v_a^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}$

4. Mechanische Arbeit, mechanische Energie und mechanische Leistung

4.1. Mechanische Arbeit

mechanische Arbeit

$$W = F \cdot s$$

W mechanische Arbeit (Nm, Ws, J)
F (aufgewendete) Kraft (N)
s (zurückgelegter) Weg (m)

Hubarbeit

$$W = F_G \cdot h$$

$$W = m \cdot g \cdot h$$

W Hubarbeit (Nm, Ws, J)
 F_G Gewichtskraft (N)
g Fallbeschleunigung $g \approx 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
m Masse (kg)
h Höhe (m)

Reibungsarbeit

$$W = F_R \cdot s = \mu \cdot F_N \cdot s$$

W Reibungsarbeit (Nm, Ws, J)
 F_R Reibungskraft (N)
s (zurückgelegter) Weg (m)
 μ Gleitreibungszahl
 F_N Normalkraft (N)

Beschleunigungsarbeit

$$W = F_B \cdot s = m \cdot a \cdot s$$

W Beschleunigungsarbeit (Nm, Ws, J)
 F_B Beschleunigungskraft (N)
s (zurückgelegter) Weg (m)
a Beschleunigung ($\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$)
m Masse (kg)

Federspannarbeit

$$W = \frac{1}{2} F_{\text{End}} \cdot s = \frac{1}{2} D \cdot s^2$$

W Federspannarbeit (Nm, Ws, J)
 F_{End} Endkraft, maximale Kraft (N)
s Federspannweg (m)
D Federkonstante

4.2. Mechanische Energie

potenzielle Energie (Lageenergie)

eines Körpers	$E_{\text{pot}} = F_G \cdot h$	E_{pot} Potenzielle Energie (Nm, Js)
einer gespannten Feder	$E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} D \cdot s^2$	F_G Gewichtskraft (N)
		h Höhe (m)
		D Federkonstante
		s Federspannweg (m)

kinetische Energie (Bewegungsenergie)

der geradlinigen Bewegung	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	E_{kin} Kinetische Energie (Nm, Js)
der Rotation	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} J \cdot \omega^2$	m Masse (kg)
		v Geschwindigkeit ($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
		ω Winkelgeschwindigkeit ($1 \cdot \text{s}^{-1}$)
		J Trägheitsmoment* ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)

Trägheitsmoment

rotierender Massepunkt	$J = m \cdot r^2$	J Trägheitsmoment ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)
rotierende Kugel	$J = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$	m Masse (kg)
rotierender Vollzylinder	$J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$	r Radius = max. Abstand von der Rotationsachse (m)

Energieerhaltungssatz der Mechanik

$$E_{\text{mech}} = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \text{konstant}$$

4.3. Mechanische Leistung und Wirkungsgrad

mechanische Leistung

$$P = \frac{W}{t}$$

P	Leistung (W)
W	Arbeit (Nm)
t	Zeit (s)

Wirkungsgrad

$$W_2 < W_1 \quad \eta = \frac{W_2}{W_1}$$

η	Wirkungsgrad
W_1	aufgenommene Arbeit
W_2	abgegebene Arbeit

$$\text{Es gilt: } 0 < \eta < 1$$

5. Gravitation

Gravitationsgesetz

$$F = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

F	Gravitationskraft (N)
γ	Gravitationskonstante $\gamma = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$
m_1, m_2	Massen zweier Körper (kg)
r	Abstand (m)

Gravitationskonstante

$$(6,674\ 28 \pm 0,000\ 67) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} = \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

(CODATA-Zahlenwert für die Jahre 2006 ... 2010)

6. Mechanik der Flüssigkeiten und Gase

Kolbendruck auf Flüssigkeiten (abgeschlossenes System)

$$p = \frac{F}{A}$$

p Kolbendruck (Pa)
F Kolbendruckkraft (N)
A gedrückte Fläche (m²)

Kräfte und Flächen an Kolben sind proportional. (Prinzip Hydraulik, Pneumatik)

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_1}{A_2}$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

A₁, A₂ Druckflächen
F₁, F₂ Druckkräfte

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{s_2}{s_1}$$

$$F_1 \cdot s_1 = F_2 \cdot s_2$$

F₁, F₂ Druckkräfte
s₁, s₂ Kolbenweg

Schweredruck in Flüssigkeiten

$$p = \rho \cdot h \cdot g$$

p Schweredruck (Pa)
ρ Dichte der Flüssigkeit (g · cm⁻³)
h Höhe der Flüssigkeitssäule (m)
g Fallbeschleunigung g ≈ 9,81 m · s⁻²

$$\gamma = \rho \cdot g$$

γ Wichte (N · cm⁻³)
ρ Dichte der Flüssigkeit (g · cm⁻³)
g Fallbeschleunigung g ≈ 9,81 m · s⁻²

$$\gamma = \frac{F_G}{V} = \frac{m \cdot g}{V}$$

F_G Gewichtskraft (N)
m Masse (kg)
g Fallbeschleunigung g ≈ 9,81 m · s⁻²

Auftriebskraft, Archimedisches Prinzip in Flüssigkeiten und Gasen

$$F_A = F_{Gfl}$$

$$F_A = V_K \cdot \gamma_{fl}$$

$$F_A = V_K \cdot \rho_{fl} \cdot g$$

F_A Auftriebskraft (N)
F_{Gfl} Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit (N)
V_K Volumen des Festkörpers (cm³)
γ_{fl} Wichte der Flüssigkeit (N · cm⁻³)
ρ_{fl} Dichte der Flüssigkeit (g · cm⁻³)
g Fallbeschleunigung g ≈ 9,81 m · s⁻²

barometrische Höhenformel

$$h = \frac{p_0}{\rho_0 \cdot g} \cdot (\ln p_0 - \ln p_h)$$

h Höhe (m)
p₀ Luftdruck am Boden (Pa)
ρ₀ Dichte der Luft am Boden (kg · m⁻³)
g Fallbeschleunigung g ≈ 9,81 m · s⁻²
p_h Luftdruck in der Höhe h (Pa)

Näherungswert: Abnahme 1 hPa je 8 m Höhenzunahme (in der Troposphäre)